

БЕСЖАНОВА АЙГУЛЬ ТОЛЕГЕНОВНА

Тізбектер кеңістігінде матрицалық операторлар бір класының салмақты бағалаулары

6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындаған диссертациясының

АННОТАЦИЯСЫ

Тақырыптың өзектілігі. Дискретті операторлардың әртүрлі қасиеттері математиканың түрлі салаларында, соның ішінде функциялар теориясында, гармоникалық талдауда, айырымдық теңдеулер теориясында, айырымдық операторлары бар кеңістіктерді енгізу теориясында, айырымдық операторлардың спектрлік теориясында маңызды рөл атқарады.

Матрицалық операторлар теориясында әртүрлі тізбектер кеңістіктеріндегі шенелгендік, компакттылық пен оператордың нормасын бағалау сұрақтары ерекше орын алады. Дегенмен, теориялық және қолданбалы маңызы бар кейбір салаларда бұл сұрақтар әлі де ашық күйінде қалып отыр. Мысалы, бір Лебег тізбектер кеңістігін басқа Лебег тізбектер кеңістігіне бейнелейтін кез-келген матрицалық оператордың шенелімділігі $1 < p, q < \infty$ кеңістік параметрлер үшін әлі күнге дейін ашық мәселе. Сондықтан әртүрлі талдау есептерін шешуде кездесетін матрицалық операторларды қамтитын матрицалық операторлардың кейбір кластарын анықтау және олардың қасиеттерін зерттеу туралы сұрақ туындайды.

Матрицалық операторлар теориясының дамуы Харди типтес операторлардың салмақты бағалаулары мен олардың жалпылауларын зерттеуден бастау алады. Бұл бағыттағы іргелі нәтижелер Г. Харди, Д. Е. Литтлвуд, Г. Полиа, Б. Опик, А. Куфнер, Л.-Е. Перссон және басқа ғалымдардың еңбектерінде берілген. Кейінгі зерттеулерде белгілі қасиеттерді қанағаттандыратын матрицалар кластарын, атап айтқанда «Ойнаров ядросы» деп аталатын матрицалар класын зерттеу кең өріс алды. Мұндай матрицалар элементтері белгілі дискретті «Ойнаров шартын» қанағаттандырады, бұл шарт интегралдық операторлардың Вольтерра типті аналогтарында жиі кездеседі. Өзегі «Ойнаров шартын» қанағаттандыратын интегралдық оператор бөлшектеп интегралдау операторларының кең класын қамтиды және көптеген функционалдық кеңістіктер арасындағы операторлардың шенелгендігі мен компакттылығын сипаттауға мүмкіндік береді.

Қазіргі уақытта математикада осы бағыттағы маңызды нәтижелердің бірі — O_n^\pm «Ойнаровтың матрицалар кластарын» енгізуі және олар үшін салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде операторлардың шенелгендігі мен компакттылығының қажетті және жеткілікті шарттарын анықтауы болды.

Алайда $1 < q < p < \infty$ жағдайында O_n^\pm , $n \geq 2$ кластарына жататын операторлар үшін мәселе толық шешілмей, ашық күйінде қалды.

Диссертациялық жұмыс салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде анықталған матрицалық операторлардың кейбір класстарының салмақты бағалауларына арналған. Зерттеу жұмысы матрицалық операторлар теориясының өзекті мәселелерінің бірі — олардың шенелгендігі мен компакттылығының критерийлерін табуға, монотонды тізбектер жиынында матрицалық операторлардың салмақты бағалауын зерттеуге бағытталған

Жұмыстың негізгі мақсаты. Лебег тізбектер кеңістігінде матрицалық операторлардың кейбір кластары үшін салмақты теңсіздіктердің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын анықтау. Зерттеу барысында Ойнаровтың O_2^\pm класына жататын матрицалық операторлар, қосындылау шектері айнымалы болатын операторлар және Гильберт–Стилтьес типтес дискретті операторлар қарастырылды.

Жұмыстың міндеттері:

- $1 < q < p < \infty$ жағдайы үшін салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде O_2^\pm кластарына жататын матрицалық операторлардың матрицалар элементтері мен салмақты тізбектер терминінде шенелгендігінің қажетті және жеткілікті шарттарын алу;

- Лебег тізбектер кеңістіктерінде қосындылау шектері айнымалы болатын матрицалық операторлардың салмақты бағалауларының қажетті және жеткілікті шарттарды табу;

- монотонды тізбектер жиынында қосындылау шектері айнымалы болатын матрицалық операторлардың салмақты бағалауларын зерттеу;

- қосындылау шектері айнымалы болатын матрицалық операторлардың шенелгендігі мен компакттылығының критерийлерін тұжырымдау.

Зерттеу нысаны. Салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде матрицалық операторлар класы.

Зерттеу әдістері. Локализация әдісі, Батуев–Степановтың блок-диагональды әдісі, салмақты Харди теңсіздіктері және классикалық талдау тәсілдері қолданылды.

Ғылыми жаңалығы. Диссертациялық жұмыста келесі дискреттік операторлар қарастырылады: O_2^\pm Ойнаров класында жататын матрицалық операторлар, қосындылау шектері айнымалы болатын матрицалық операторлар және Гильберт-Стилтьес типтес операторлар қарастырылады.

Алынған нәтижелер:

- $1 < q < p < \infty$ жағдайы үшін салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде O_2^\pm кластарына жататын матрицалық операторлардың матрицалар элементтері мен салмақты тізбектер терминінде шенелгендігінің қажетті және жеткілікті шарттары;

- $1 < p \leq q < \infty$ жағдайы үшін салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде қосындылау шектері айнымалы болатын матрицалық оператордың матрицалар

элементтері мен салмақты тізбектер терминінде шенелгендігінің қажетті және жеткілікті шарттары;

- $1 < p \leq q < \infty$ жағдайы үшін салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде қосындылау шектері айнымалы болатын матрицалық оператордың компактылығының критерийі;

- монотонды тізбектер жиынында қосындылау шегі айнымалы болатын матрицалық оператордың салмақты бағалауы;

- $1 < p, q < \infty$ жағдайы үшін салмақты Лебег тізбектер кеңістігінде Гильберт-Стилтьес типтес дискретті оператордың салмақты бағалаулары.

Алынған нәтижелердің теориялық және практикалық құндылығы. Жұмыс теориялық сипатта. Оның нәтижелерін функциялар теориясында, Соболев типті дискретті салмақты кеңістіктерді енгізу теориясында және айырымдық операторлар теориясында қолдануға болады.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Негізгі нәтижелер бойынша халықаралық конференцияларда және ғылыми семинарларда баяндамалар жасалды:

- «Анализ, дифференциалдық теңдеулер және алгебраның өзекті мәселелері» атты халықаралық ғылыми конференция (ЕМЖ-2019), Нұр-Сұлтан, 2019 ж.;

- «Математика, механика және информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері» халықаралық ғылыми конференция, Қарағанды, 2019 ж.;

- Қазақстан Республикасы ғылым қызметкерлері күніне орай Халықаралық сәуір математикалық конференциясы, Алматы, 2020 ж.;

- «Математикалық физиканың заманауи әдістері және оларды қолдану» шетел ғалымдарының қатысуымен республикалық ғылыми конференция, Өзбекстан, Ташкент, 2020 ж.;

- Грузия математикалық одағының XI халықаралық конференциясы, Грузия, Батуми, 2021 ж. ;

- Қазақстан Республикасының Ғылым күніне орай дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы, Алматы 2023;

- «Анализ, дифференциалдық теңдеулер және олардың қолданылуы» атты халықаралық ғылыми-практикалық конференция Астана, 2023 ж.;

- Түркі әлемі математиктерінің VII Дүниежүзілік конгресі (TWMS Congress-2023), 20-23 қыркүйек 2023 ж., Түркістан, Қазақстан;

- Математика және математикалық білім бойынша халықаралық конференция (ICMME-2024), Невшехир Хажы Бекташ Вели университеті, Кападокия университеті, Невшехир, Түркия, 3-5 қазан 2024 ж.;

Еуразия математикалық ғылыми зерттеу институтының «Функционалдық анализ және оның қосымшалары» атты ғылыми семинарында баяндамалар жасалынды.

Жарияланымдар. Диссертациялық жұмыс бойынша 5 мақала жарияланды. Олардың ішінде 2 жұмыс Scopus деректер қорына енетін және CiteScore процентилі 25-тен кем емес болатын ғылыми журналда, 2 мақала Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым

және жоғары білім саласында сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынатын ғылыми басылымдарда, 1 мақала Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласында сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынатын тізімге енген журналда. 9 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар тезистері жинақтарында, оның ішінде 3 жұмыс шетелде өткен конференция мақалаларының тезистер жинағында жарияланды

Диссертацияның құрылымы. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш бөлімнен, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Әр бөлім тармақтарға бөлінген.

Формулалар мен теоремалар нөмірленуі үш таңбадан тұрады. Бірінші сан бөлім реті, екіншісі бөлімше реті, үшіншісі қарастырып отырған бөлімшедегі формула реті. Диссертацияның жалпы көлемі 94 бет.

Пайдаланылған дереккөздер саны – 88.

Кілт сөздер. Салмақты Лебег кеңістігі, дискретті оператор, матрицалық оператор, Харди типтес теңсіздік, монотонды тізбек.